

**Содержание** Работа №4. Задачи по составлению алгоритмов и структуры данных с использованием одномерных массивов.

Цель работы: закрепить понятия алгоритмов, структур данных и соответствующие навыки программирования (написания псевдокода) на примере моделирования числовых псевдослучайных последовательностей с заданным законом распределения.

Задачи - создать динамический документ со скриптами-псевдокодами на языке Javascript

- 1) генерирующую последовательность псевдослучайных целых чисел с заданным законом распределения;
- 2) выводящую сгенерированную последовательность в числовом и графическом видах;
- 3) со ссылкой на документ с ответами на вопросы для самоконтроля.

Время выполнения: 2 часа.

#### **Краткие теоретические сведения**

Настоящая работа посвящена имитационному моделированию, а именно: используя псевдослучайную последовательность (см. предыдущую работу), нужно выполнить преобразование этих чисел в последовательность с заданным законом распределения.

Предполагается, что ко времени выполнения настоящей работы используемые математические понятия рассматривались по дисциплине “Прикладная математика”. Ну и, конечно, предыдущая работа №3 должна быть выполнена до выполнения настоящей работы, поскольку её результаты сейчас будут нужны.

В работе для моделирования случайных чисел используется так называемый **метод обратных функций**, который часто называют **стандартным или универсальным методом моделирования** случайных чисел. Основной недостаток этого метода объясняют большими затратами машинного времени. Но в большинстве случаев инженер обладает достаточным временем для получения результата (за исключением, например, связиста, работающего с системами реального времени). Согласно этому методу значение  $x$  случайной величины  $X$ , является решением уравнения

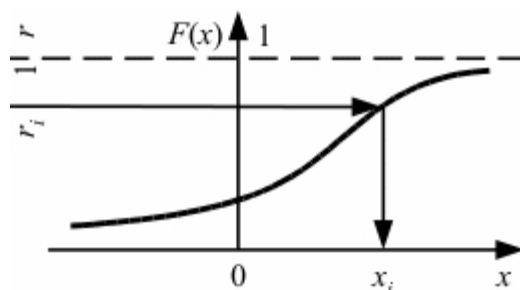
$$F(x) = r, \tag{3.9.1}$$

где  $r$  – значение случайной величины  $R$ , равномерно распределённой на интервале  $[0, 1)$ ,  $F(x)$  – функция распределения случайной величины  $X$ .

Легко доказывается, что решение этого уравнения можно записать в виде:

$$x = F^{-1}(r) . \quad (3.9.2)$$

Метод обратных функций можно понять и реализовать с помощью графиков, подобных изображённому на рис. 3.9.1.



**Рис.3.9.1** Графический вариант метода обратных функций

Из рисунка видно, что, если по оси ординат взять случайное число от 0 до 1 и найти для него (показано стрелкой) число на оси абсцисс, то полученное значение будет значением случайной величины с функцией распределения  $F(x)$ .

На основании вышеизложенного можно предложить следующие этапы для реализации метода обратных функций:

- 1) получение случайной величины  $R$ , равномерно распределённой на интервале  $[0, 1)$ ;
- 2) вычисление по формуле (3.9.2) значений случайной величины  $X$ , имеющей распределение  $F(x)$ , удовлетворяющее уравнению (3.9.1).

Обращение функции распределения не всегда представляет собой простую задачу. Поэтому трудные для обращения, функции, заменяют более легко обрабатываемыми аппроксимациями. Аппроксимации, в частности, часто используются для нормального закона распределения. Учитывая важность моделирования нормально распределённых случайных величин при имитационном моделировании, рассмотрим для этого распределения три таких аппроксимации.

Как известно, плотность вероятности нормально распределённой случайной величины  $x$  можно записать в виде

$$f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right), \quad -\infty < x < \infty \quad (3.9.3)$$

Интегральная функция распределения для стандартного нормального распределения (распределения Гаусса) имеет вид

$$F(x) = \Phi\left(\frac{x-a}{\sigma}\right) = \Phi(u) = \frac{1}{\sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \int_{-\infty}^x \exp\left(-\frac{u^2}{2}\right) du, \quad (3.9.4)$$

где  $\Phi(u)$  – интеграл вероятностей (гауссов интеграл)  $u$  – случайная величина, полученная преобразованием (говорят – стандартизацией или нормировкой) исходной случайной величины  $x$

$$u = \frac{x-a}{\sigma}, \quad (3.9.5)$$

Где  $\bar{x}$  - среднее арифметическое,  $\sigma$  – среднеквадратическое отклонение.

Учитывая свойство функции  $\Phi(x) = 1 - \Phi(-x)$  и формулу метода обратной функции (3.9.2), очевидно, что  $\Phi^{-1}(r) = -\Phi^{-1}(1-r)$ . Поэтому формула метода обратных функций для стандартной (с нулевым мат.ожиданием и единичной дисперсией) нормально распределённой случайной величины может иметь вид:

$$\begin{aligned} u_i &= \Phi^{-1}(r_i), \text{ если } 0.5 \leq r'_i < 1; \\ u_i &= -\Phi^{-1}(r_i), \text{ если } 0 < r'_i < 0.5, \end{aligned} \quad (3.9.6)$$

где  $r'_i$  – псевдослучайное число, имеющее такой же закон распределения, что и  $r_i$ . Эти числа не должны быть зависимыми. Другими словами, каждое из этих чисел должно быть получено в результате отдельного вызова генерирующей их функции.

Обратную функцию  $\Phi^{-1}(r)$  заменяют аппроксимациями, например, такой:

$$\Phi^{-1} = \frac{2.30753 + 0.27061 \cdot \theta}{1 + 0.99229 \cdot \theta + 0.04481 \cdot \theta^2}, \quad (3.9.7)$$

с ошибкой не превышающей  $3 \cdot 10^{-3}$ , или

$$\Phi^{-1} = \theta - \frac{2.515517 + 0.802853 \cdot \theta + 0.010328 \cdot \theta^2}{1 + 1.432788 \cdot \theta + 0.189269 \cdot \theta^2 + 0.001308 \cdot \theta^3}, \quad (3.9.8)$$

с ошибкой не превышающей  $4.5 \cdot 10^{-4}$ .

В формулах (3.9.7)-(3.9.8) величина  $\theta$  равна  $\theta(r_i) = \sqrt{-2 \cdot \ln r_i}$ ,  $0 \leq r_i < 1$ .

Можно, также использовать формулу, имеющую меньшую точность, но достаточную для имитационного моделирования аквакультур:

$$\Phi_i^{-1} = \frac{1}{\sqrt{\frac{8}{\pi}}} \cdot \ln \frac{1+r_i}{1-r_i} \quad (3.9.9)$$

Итак, стандартную нормально распределённую величину  $u_i$  можно вычислить по формуле (3.9.6) с использованием (3.9.7), или (3.9.8), или (3.9.9).

Наконец, нужную нам случайную величину с заданными параметрами  $a$  и  $\sigma$ , которые в случае нормального распределения равны математическому ожиданию и среднеквадратическому отклонению, определим по формуле

$$x_i = a + \sigma \cdot u_i. \quad (3.9.10)$$

В таблице 3.9.1 приведены наиболее часто используемые функции плотностей распределения и обратные функции для них. Каждая строка этой таблицы соответствует варианту задания, равному двум последним цифрам номера зачётной книжки.

Моделируемые псевдослучайные последовательности должны быть подвергнуты статистической проверке. Для этого существует много специальных тестов, в том числе те, что использовались в предыдущей работе: тест-квадраты и автокорреляционные функции. Мы не будем их здесь рассматривать, поскольку соответствующие функции можно взять из предыдущей работы.

Одна из более тщательных проверок связана с расчётом интервального вариационного ряда, построением гистограммы и проверки соответствия гистограммы заданному закону распределения (критерий хи-квадрат Пирсона и другие).

В этой работе будет использован упрощённый визуальный метод проверки, при котором на гистограмму эмпирических плотностей вероятности будет наложена кривая соответствующей теоретической плотности распределения вероятности. При большом количестве значений последовательности (длине выборки) можно достаточно хорошо определить, подходит ли теоретический закон распределения для описания чисел генерируемой последовательности, визуально сопоставив график теоретического закона с гистограммой. Для визуального восприятия при большой длине выборки возможно удобнее анализировать ломанную линию, описываемую полигоном.

Если при неоднократных испытаниях (генерациях последовательности) огибающая гистограммы (ломанная полигона) колеблется вокруг теоретической кривой плотности, значит проверяемый генератор можно использовать для генерации псевдослучайных чисел с заданным законом распределения.

С точки зрения программирования в этой работе мы познакомимся со способами следующих задач программирования:

- 1) интервального вариационного ряда (или ряда частот), относительных частот и эмпирических плотностей распределения (с выдачей в виде удобной для восприятия таблицы);
- 2) эмпирической плотности распределения в виде гистограммы и полигона, совмещённых с кривой теоретического распределения (удобная для визуального восприятия графическая форма, умение создавать совмещённые графики с анимацией и масштабированием).

Предполагается, что теоретический материал по вычислению интервального

вариационного ряда, и других интервальных характеристик, а также представление о гистограмме и полигоне усвоены к этому времени на занятиях по дисциплине “Прикладная математика”. Здесь же будет обращено внимание лишь на основные моменты:

- 1) количество значений генерируемой последовательности  $n$  должно быть большим (рекомендуется  $n \geq 2000$ );
- 2) полученные значения последовательности следует округлить (обрезать) до нужного числа знаков после запятой (указано в примечании к табл.3.9.1);
- 3) для определения количества интервалов  $k$ , на которые разбивается весь диапазон значений последовательности, рекомендуется использовать формулу Старджеса (или Стёрджеса, Sturges, 1926)

$$k = \lfloor 1 + 3.322 \cdot \lg(n) \rfloor, \quad (3.9.11)$$

где  $\lg(n)$  – десятичный логарифм от числа значений последовательности, или более простую формулу

$$k = \lfloor \sqrt{n} \rfloor \quad (3.9.11')$$

где скобки – математический символ, означающий, что  $k$  необходимо округлять (обрезая) до целого числа.

Следует учитывать, что формулы (3.9.11) - (3.9.11') и другие (формулы для вычисления  $k$  существует много), дают лишь приблизительное значение, на основе которого исследователь должен принять решение. При небольшом ( $n < 100$ ) числе наблюдений  $k$ , вычисляемое по всем формулам различаются незначительно. При очень большом числе наблюдений (например, 2000 – это очень много) формулы выдают значения  $k$  различающиеся в разы. В этой работе в качестве  $k$  рекомендуется выбирать промежуточное значение между значениями, получаемыми по формулам (3.9.11) и (3.9.11');

- 4) шаг (или интервал группировки) вычисляется по формуле

$$h = (x_{max} - x_{min}) / k \quad (3.9.12)$$

где  $x_{max}$ ,  $x_{min}$  – минимальное и максимальное значение среди чисел последовательности.

При этом, важно правильно округлить значение шага. При округлении шага можно использовать простое правило: после запятой надо оставлять на один знак больше, чем их содержится в числах последовательности;

- 5) в качестве левой границы первого интервала возьмём значение  $a_0 = x_{min} - h / 2$ . Тогда

каждая последующая граница вычисляется прибавлением шага к предыдущей:

$$a_j = a_{j-1} + h, \quad j = 1, 2, \dots, k+1, \quad (3.9.13)$$

при этом, середина первого интервала (первый класс) должна находиться в точке минимума исходной последовательности ( $c_1 = (a_0 + a_1) / 2 = x_{min}$ ), а середина последнего – в точке максимума ( $c_{k+1} = (a_k + a_{k+1}) / 2 = x_{max}$ ). Следует обратить внимание, что при таком способе расчёта интервалов (классов) их число будет на единицу больше первоначально задаваемого  $k$ ;

6) подсчёт частот  $m_j$  попадания значений последовательности в интервалы выполняется в соответствии с формулой:

$$m_j = \sum_{i=1}^n c_i; \quad c_i = 1, \text{ при } a_{j-1} \leq x_i < a_j; \quad c_i = 0, \text{ при } a_{j-1} > x_i \geq a_j \quad (3.9.14)$$

где  $j = 1, 2, \dots, k+1$ ; при этом не лишней будет проверка правильности подсчёта частот: сумма всех частот должна быть равна количеству значений в последовательности;

7) затем вычисляются относительные частоты или частоты

$$w_j = m_j/n \quad (3.9.15)$$

и плотности частот или эмпирические плотности распределения вероятностей

$$v_j = w_j/h, \quad (3.9.16)$$

при этом следует проверить правильность выполнения расчётов: сумма всех частостей при правильном округлении должна быть равна единице. Очевидно, что этому же условию должна удовлетворять сумма всех величин ( $v_j \cdot h$ ), то есть площадь под гистограммой, (претендующей на эмпирический закон распределения вероятностей) должна быть равна единице.

8) поверх гистограммы следует поместить график теоретической функции, описывающей плотность распределения, чтобы можно было визуальное оценить степень соответствия эмпирической и теоретической плотностей распределения. При этом, в качестве параметров теоретической функции следует брать статистические оценки (статистики), вычисляемые по значениям последовательности. Например, для вариантов с нормальным распределением параметр  $\mu$  приравнивается среднему арифметическому

$$\bar{x} = \frac{1}{N} \sum_{j=1}^N x_j, \quad (3.9.17)$$

а второй параметр  $\sigma$  – среднеквадратическому отклонению:

$$\sigma_x = \sqrt{D_x} = \sqrt{\frac{1}{N} \sum_{j=1}^N (x_j - \bar{x})^2}, \quad (3.9.18)$$

где  $D_x$  — дисперсия.

При большом количестве значений последовательности вычисляемые значения статистик должны быть примерно равны задаваемым параметрам. Например, в случае рассматриваемого варианта с нормальным распределением:  $\bar{x} \approx a$ ,  $\sigma_x \approx \sigma$ . Этот факт можно использовать для контроля правильности вычислений.

Далее будут приведены некоторые разъяснения по алгоритму построения интервального вариационного ряда:

1) упорядочиваем по возрастанию (ранжируем) исходную последовательность (исходный одномерный массив), допустим массив  $y$ . Для этого удобно использовать метод `sort()` объекта `Array` с анонимной (не имеющей имени) функцией в качестве параметра, например,

```
y.sort(function(a,b){return a-b;})
```

В этом примере сортировка двух очередных рядом стоящих значений массива будет осуществляться по правилу, предусмотренному для метода `sort()` (см. <http://javascript.ru/Array/sort> ). Значения отсортированного массива будут присвоены переменным  $a$  и  $b$  и функция должна выдавать: отрицательное значение, если первый аргумент меньше второго аргумента; нуль, если аргументы равны; положительное значение, если первый аргумент больше второго аргумента;

2) вычисляем по формулам (3.9.11) или (3.9.11') (или задаём промежуточное) целое количество интервалов  $k$ ;

3) вычисляем шаг (длину интервалов), используя первое (минимум) и последнее (максимум) значение отсортированного массива:

```
var h = Math.round( (z[n-1] - z[0]) / k * l) / l;
```

где  $l = 1000$ , и тогда  $h$  округляется до тысячных в соответствии с условием задания, оставляя на один знак больше после запятой, чем в исходной последовательности;

4) создаём одномерный массив границ интервалов, например, так:

```
a[0] = Math.round((z[0] - h/2) * l) / l;  
for (var j = 0; j <= k; j++) {  
    a[j+1] = Math.round((a[j] + h) * l) / l;  
}
```

5) создаём одномерный массив классов (середин интервалов):

```
cl[0]=z[0];
for (var j= 0; j< k; j++) {
    cl[j+1]= Math.round((cl[j]+ h) * l) / l;
}
```

6) создаём одномерный массив частот:

```
var i_0 = 0;
for (j= 1; j<= k+1; j++) {
    m [j-1] = 0;
    for (var i= i_0; i<= (n-1); i++) {
        if (z[i] < a[j]) {m [j-1] = m [j-1] + 1; i_0 = i+1;}
    }
}
```

7) создаём одномерные массивы относительных частот и эмпирических вероятностей :

```
for (var j= 0; j<= k; j++) {
    w [j] =  Math.round(m [j]/n * l) / l;
    p[j] =  Math.round(w [j]/h * l) / l;
}
```

8) если все массивы, содержащие выше перечисленные значения интервальных рядов, вычислялись в функции, то результат, возвращаемый из этой функции, можно передать в виде объекта, например, так:

```
var o_int_var_ser= {"a_int":a,"cl_int":cl,"m_int":m ,"w_int":w ,"p_int":p};
return o_int_var_ser;
```



### 3.9.2 Задания

Задание в целом состоит в том, что каждому студенту необходимо написать программу в виде html-документа со скриптами на языке Javascript, на которой поэтапно, по событию, создаваемому пользователем (например, по клику мышкой), решались бы следующие задачи:

- 1) генерация последовательности случайных чисел с законом распределения в соответствии с вариантом задания (выбирается из таблицы 3.9.1) с выводом в виде графика типа «xy» ( $x$  — номер числа в последовательности,  $y$  — значение числа), аналогично тому, как это делалось в предыдущей работе;
- 2) построение последовательностей в графическом виде;
- 3) Закрепление полученных знаний и навыков путём ответов на вопросы для самоконтроля с оформлением ответов в виде отдельной страницы.

**Таблица 3.9.1 Варианты задания \*)**

№ варианта **)	Заданный закон плотности распределения	Формула для вычисления последовательности, имеющей заданный закон распределения ***)
00	Экспоненциальный (показательный): $f(x) = \lambda \cdot \exp(-\lambda \cdot x); x \geq 0, \lambda > 0$	$x_i = -\frac{1}{\lambda} \cdot \ln(r_i)$
01	Лапласа (двусторонний экспоненциальный): $f(x) = \frac{1}{2 \cdot b} \cdot \exp(- x-a /b), -\infty < x < \infty, b > 0$	$x_i = a + b \cdot \ln(2 \cdot r_i)$ , если $r_i \in (0, 0.5]$ ; $x_i = a - b \cdot \ln(2 \cdot (1 - r_i))$ , если $r_i \in (0.5, 1)$
02	Рэля: $f(x) = \frac{x}{\sigma^2} \cdot \exp(-x^2/(2 \cdot \sigma^2)); x \geq 0, \sigma > 0$	$x_i = \sigma \cdot \sqrt{-2 \cdot \ln(r_i)}$
03	Вейбулла: $f(x) = \frac{c \cdot x^{c-1}}{b^c} \cdot \exp(-(\frac{x}{b})^c);$ $0 \leq x < \infty; c > 0; b > 0; b, c - \text{целые}$	$x_i = b \cdot (-\ln(r_i))^{1/c}$
04	Коши: $f(x) = \frac{1}{\pi \cdot b \cdot (1 + (y-a)^2/b^2)}, b > 0$	$x_i = b \cdot \tan(\pi \cdot (r - \frac{1}{2})) + a$
05	Степенной: $f(x) = a \cdot x^{a-1}, x \in (0, 1), a > 0$	$x_i = r_i^{\frac{1}{a}}$
06	Логистический: $f(x) = \frac{1}{2 \cdot b} \cdot \exp(-\frac{x-a}{b}) \cdot (1 + \exp(-\frac{x-a}{b}))^{-2}$	$x_i = a + b \cdot \ln(\frac{r_i}{1-r_i})$
07	Логарифмически нормальный (логнормальный): $f(x) = \frac{1}{x \cdot \sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp(-\frac{(\ln x - \ln a)^2}{2 \cdot \sigma^2})$ для $x > 0; \sigma > 0$	$x_i = \exp(z_i)$ , где $z_i$ - гауссовская случайная величина с параметрами $(a, \sigma^2)$ (см. вариант 09)
08	Логистический (близкий к стандартному нормальному): $f(x) = \frac{\pi}{\sqrt{3}} \cdot \exp(-\frac{\pi \cdot x}{\sqrt{3}}) \cdot (1 + \exp(-\frac{\pi \cdot x}{\sqrt{3}}))^{-2}$	$x_i = \sqrt{\frac{3}{\pi}} \cdot \ln(\frac{r_i}{1-r_i})$
09	Нормальный (Гаусса): $f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp(-\frac{(x-a)^2}{2 \cdot \sigma^2})$	По формуле (3.9.6) с учётом аппроксимации (3.9.7)

\*) числа последовательности округлить до сотых (два знака после десятичной запятой);

\*\*) вариант должен совпадать с последними двумя цифрами зачётной книжки;

\*\*\*) псевдослучайные числа  $r_i$  берутся из предыдущей работы (по своему варианту).

№ варианта **)	Заданный закон плотности распределения	Формула для вычисления последовательности, имеющей заданный закон распределения ***)
10	Нормальный (Гаусса): $f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right)$	По формуле (3.9.6) с учётом аппроксимации (3.9.9)
11	Степенной: $f(x) = a \cdot (1-x)^{a-1}, \quad x \in (0, 1), \quad a > 0$	$x_i = 1 - (1-r_i)^{\frac{1}{a}}$
12	Экспоненциальный (показательный): $f(x) = \frac{1}{a} \cdot \exp\left(-\frac{x}{a}\right); \quad x \geq 0, \quad a > 0$	$x_i = -a \cdot \ln(r_i)$
13	Лапласа (двусторонний экспоненциальный): $f(x) = \frac{1}{2 \cdot a} \cdot \exp\left(-\frac{ x-m }{a}\right),$ $a > 0, \quad -\infty < m < \infty$	$x_i = m + a \cdot \ln(2 \cdot r_i),$ если $r_i \in (0, 1/2]$ $x_i = m - a \cdot \ln(2 \cdot (1 - r_i)),$ если $r_i \in (1/2, 1)$
14	Логистический: $f(x) = \frac{\exp(-x)}{(1 + \exp(-x))^2}$	$x_i = \ln\left(\frac{r_i}{1-r_i}\right)$
15	Вейбулла: $f(x) = \frac{k}{v-\varepsilon} \cdot \left(\frac{x-\varepsilon}{v-\varepsilon}\right)^{k-1} \cdot \exp\left(-\left(\frac{x-\varepsilon}{v-\varepsilon}\right)^k\right),$ для $x \geq \varepsilon,$ $f(x) = 0,$ для $x < \varepsilon.$	$x_i = \varepsilon + (-\ln(r_i))^{\frac{1}{k}}$
16	Логарифмически нормальный (логнормальный): $f(x) = \frac{1}{(x-a) \cdot \sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left(-\frac{(\ln(x-a)+A)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right),$ для $x > a; \sigma > 0$	$x_i = a + \exp(\sigma \cdot z_i - A),$ где $z_i$ - гауссовская случайная величина с параметрами $(a, \sigma^2)$ (см. вариант 09)
17	Логистический: $f(x) = \exp\left(-\frac{x-a}{b}\right) \cdot \left(1 + \exp\left(-\frac{x-a}{b}\right)\right)^{-2}$	$x = a + b \cdot \ln\left(\frac{r}{1-r}\right)$
18	Логистический (близкий к нормальному): $f(x) = \frac{\pi \cdot \exp\left(-\frac{\pi}{\sqrt{3}} \cdot \left(\frac{x-m}{\sigma}\right)\right)}{\sigma \cdot \sqrt{3} \cdot \left(1 + \exp\left(-\frac{\pi \cdot (x-m)}{\sigma \cdot \sqrt{3}}\right)\right)^2}$	$x_i = m + b \cdot \sqrt{\frac{3}{\pi}} \cdot \ln\left(\frac{r_i}{1-r_i}\right)$
19	Нормальный (Гаусса): $f(x) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2 \cdot \pi}} \cdot \exp\left(-\frac{(x-a)^2}{2 \cdot \sigma^2}\right)$	По формуле (3.9.6) с учётом аппроксимации (3.9.8)

\*) числа последовательности округлить до сотых (два знака после десятичной запятой);

\*\*) вариант должен совпадать с последними двумя цифрами зачётной книжки;

\*\*\*) псевдослучайные числа  $r_i$  берутся из предыдущей работы (по своему варианту).

### **3.9.3 Методика выполнения**

Из методически нового, что нужно сделать в этой работе, того, что не делалось ранее, - освоение библиотеки `Highcharts`.

Ну и, конечно, нужно будет вспомнить основные понятия о библиотеке `jQuery`, те, которые вы должны были усвоить из предыдущей лабораторной работы, поскольку в библиотеке `Highcharts` используется библиотека `jQuery`. Необходимо усвоить хотя бы минимум знаний о библиотеке, например, "Введение в jQuery", здесь: <http://jquery.page2page.ru/>.

### **3.9.4 Рекомендации по обработке и оформлению полученных результатов**

Оформление html-документа с лабораторной работой необходимо выполнить по примеру соответствующих страниц сайтов студентов прошлых лет.

При загрузке документ может иметь следующий вид (в настоящей работе необходимо выполнить лишь этап 1:

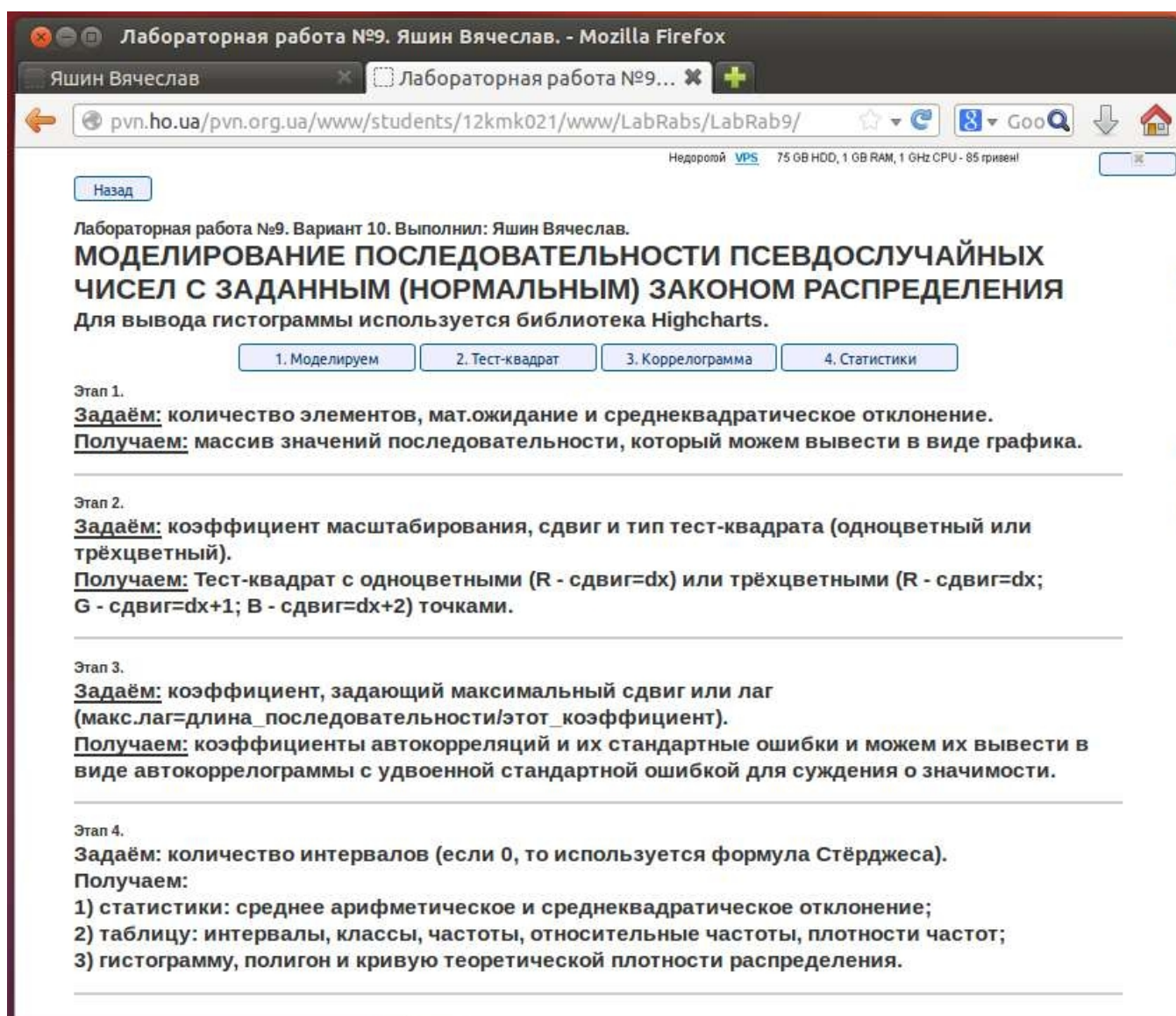


Рис. 3.9.2 Образец первоначального вида страницы с работой №4

С помощью каждого из первых четырёх кнопок меню можно показать соответствующую форму, используя которые можно пройти этапы:

сгенерировать последовательность и вывести её в графическом виде;

сформировать и вывести тест-квадрат;

рассчитать и вывести автокоррелограмму;

рассчитать и вывести статистики: среднее арифметическое и среднеквадратическое отклонение и вариационный ряд в виде таблицы и в виде гистограммы с полигоном и кривой теоретического распределения.

Первые три этапа должны быть понятны из предыдущей лабораторной работы. В рассматриваемом примере эти этапы сокращены: не предусмотрен вывод результатов в числовом виде. Рекомендуется посмотреть пример в действии и повторить примерно то же

самое на своём варианте. Хотя, конечно, структура страницы и её дизайн могут отвечать предпочтениям каждого. Форма первого этапа появляется по кнопке меню «Моделируем» и имеет следующий вид:

Этап 1.

**Задаём:** количество элементов, мат.ожидание и среднеквадратическое отклонение.

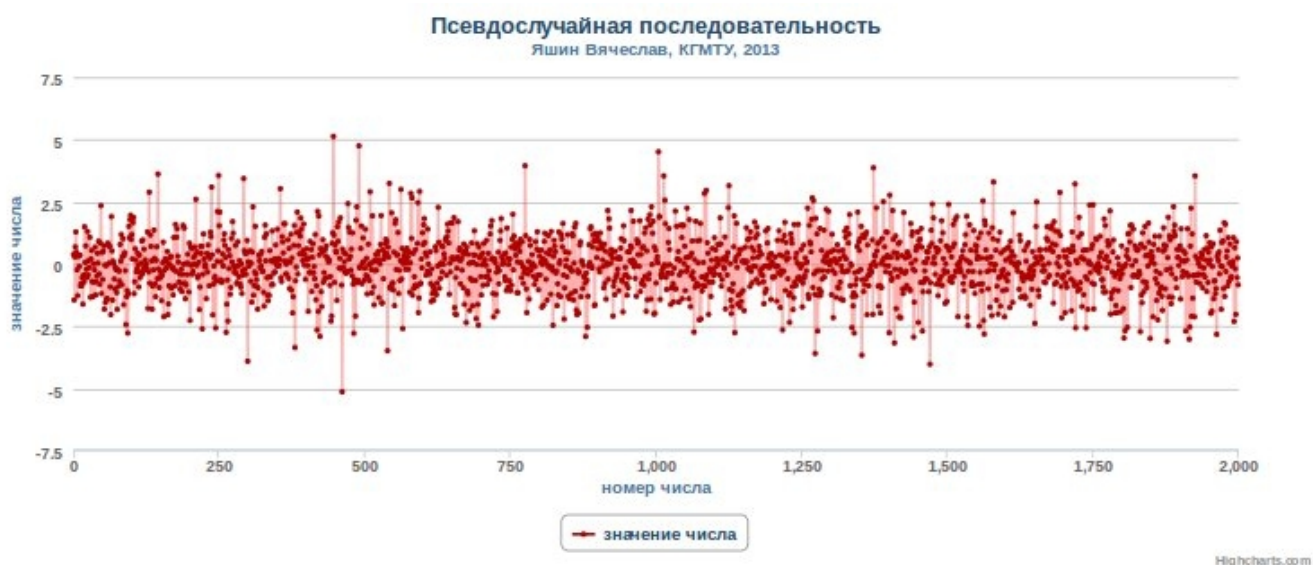
**Получаем:** массив значений последовательности, который можем вывести в виде графика.

- число элементов;  - мат.ожидание;  - стандарт;  - оставить знаков после запятой.

**Рис. 3.9.3** Образец формы, появляющейся по меню «Моделируем»

Как видно из рисунка, в этой форме предусмотрено две кнопки: «Моделируем» и «График». По кнопке «Моделируем» в соответствии с вариантом 10 генерируется последовательность из 2-х тысяч нормально распределённых псевдослучайных чисел с нулевым математическим ожиданием и единичным среднеквадратическим отклонением. Числа округляются до двух знаков после десятичной точки. Такое количество чисел (2000) генерируется и впоследствии обрабатывается и графически отображается достаточно быстро (за 1-2 секунды) даже на самых маломощных компьютерах (и планшетах), и, в то же время, последовательность такой длины является достаточно представительной выборкой (хорошо представляет генеральную совокупность).

По кнопке «График» предусмотрен вывод сгенерированной последовательности в графическом виде, показанном на рисунке ниже.



**Рис. 3.9.4** Образец графика, построенного по значениям смоделированной последовательности

По виду графика можно предположить, что последовательность сгенерирована в соответствии с вариантом 10 и представляет собой выборку из генеральной совокупности чисел, имеющих стандартное нормальное распределение (почему? - попытайтесь объяснить сами).

По кнопке меню «Самоконтроль» должна отображаться дополнительная страница с ответами на контрольные вопросы. Нумерация вопросов должна быть сохранена. Вначале должен стоять вопрос и после него с новой строки — ответ. Образец оформления страницы с ответами приведён ниже.

Студент Яшин: Лаб.раб.9 - контрольные вопросы. - Mozilla Firefox

Яндекс Яшин Вячеслав Лабораторная раб... Студент Яшин: Лаб....

kmti.edu.ua/pvn.org.ua/www/students/12kmk021/www/LabRabs/LabRab9/quest

КГМУ  
Яшин Вячеслав

Группа Яшин Назад

**Лабораторная работа №9. Ответы на вопросы для самоконтроля.**

1. Вопрос. В чём состоит суть метода обратных функций при моделировании псевдослучайных последовательностей с заданным законом распределения?  
 Ответ. Согласно этому методу значение  $x$  случайной величины  $X$ , является решением уравнения

$$F(x) = r, \quad (1)$$

где  $r$  – значение случайной величины  $R$ , равномерно распределённой на интервале  $[0, 1]$ ,  $F(x)$  – функция распределения случайной величины  $X$ .  
 Решение этого уравнения имеет вид:

$$x = F^{-1}(r) \quad (2)$$

Таким образом, суть метода обратных функций состоит в том, что вначале получают значение  $r$  случайной величины  $R$ , равномерно распределённой на интервале  $[0, 1]$ , а затем по формуле (2) вычисляют значение  $x$  случайной величины  $X$ .
2. Вопрос. Что такое вариационный ряд?  
 Ответ. Упорядоченная по возрастанию исходная последовательность случайных чисел.
3. Вопрос. Чему равно первое значение вариационного ряда?  
 Ответ. Минимальному значению.
4. Вопрос. Чему равно последнее значение вариационного ряда?  
 Ответ. Максимальному значению.
5. Вопрос. Метод объекта Array для сортировки элементов массива по возрастанию?  
 Ответ. Если элементы массива  $y$  - текстовые, то: **`y.sort()`**.  
 Если элементы массива  $y$  - числовые величины, то можно использовать оператор: **`y.sort(function(a,b){return a-b;})`**. Использование такой анонимной функции приведёт к сортировке, в результате которой разность между соседними значениями, присваиваемыми параметрам  $a$  и  $b$ , должна быть положительной (должно выполняться условие:  $a-b > 0$ ).

...
30. Вопрос. Как указать зуммирование (масштабирование) фрагмента, выделенного вдоль вертикали и горизонтали, при построении графика с использованием библиотеки Highcharts?  
 Ответ. Например, так:

```

...
    chart: {
      zoomType: 'xy' // включаем зуммирование по обеим осям
    },
...

```

Яшин©2012

Рис. 3.9.11 Образец оформления страницы с вопросами-ответами для самоконтроля

Следует обратить внимание на то, как в рассматриваемом примере сделана ссылка на страницу с ответами на контрольные вопросы. По условию необходимо, чтобы по ссылке она открывалась в новом окне браузера. Ранее это делалось указанием значения `blank_` для атрибута `target` в тэге `<a ... >`. Но в HTML5, который необходимо использовать в этой лабораторной работе, атрибут `target` отменён. Поэтому рекомендуется использовать либо стили CSS3, либо `Javascript`. В рассматриваемом примере выбран последний вариант. При установке режима для браузера «Блокировать всплывающие окна» страница с вопросами будет открываться в том же самом окне, что и исходная страница с лабораторной работой, заменяя её. Кнопка со ссылкой выглядит следующим образом:

```
<button onclick="return !w indow open('questions.htm 1')">
  5.
</button>
```

Для такого обработчика события `Click` функция `w indow open()` возвратит значение `true`, если браузеру разрешено открывать всплывающие окна, и, наоборот, `false`, если открытие окон запрещено. Другими словами, если страница открылась в новом окне, то открытия этой же страницы в родном окне не происходит, так как будет `return true=false`. Если же окно открыть не удалось, то будет `return true`, а это позволит ссылке отработать в штатном режиме, предусмотренном при запрещении браузеру открывать всплывающие окна (страница будет открыта в родном окне). Более подробно об этом можно прочитать здесь: <http://www.xiper.net/collect/html-and-css-tricks/content/target-blank.html>.

На странице с вопросами предусмотрена ссылка меню «Назад», построенная следующим образом: `<a href="#" onclick="w indow close()"> </a>`. Атрибуту `href` указано значение без наименования имени файла с лабораторной работой (`index.htm 1`), так как в настройках `web-сервера Apache`, который мы используем, обычно указывается, что, если нет имени файла, то - это `index.htm 1`. Если ссылка не срабатывает, то добавьте имя файла к значению атрибута `href`, или, лучше, научитесь настраивать `web-сервер` с помощью служебного файла `htaccess`, размещаемого в том же директории, где находится файл `index.htm 1`. Этот файл разрешается размещать на `web-сервере` самостоятельно владельцу сайта. О настройке `web-сервера` с помощью файла `htaccess` можно прочитать, например, здесь: [http://www.internet-technologies.ru/articles/article\\_1009.html](http://www.internet-technologies.ru/articles/article_1009.html). Кроме этого, в ссылке предусмотрено закрытие окна, поскольку не все браузеры закрывают окно при возвращении назад, а такое оставление окон нежелательно.

### Вопросы для самоконтроля

1. В чём состоит суть метода обратных функций при моделировании псевдослучайных последовательностей с заданным законом распределения?
2. Что такое вариационный ряд?



3. Чему равно первое значение вариационного ряда?
4. Чему равно последнее значение вариационного ряда?
5. Метод объекта `Array` для сортировки элементов массива по возрастанию?
6. Основные этапы построения интервального вариационного ряда?
7. Что вычисляется по формуле Стёрджеса?
8. Как проверить правильность построения последнего интервала?
9. Как вычисляется частота попадания случайной величины в интервал?
10. Как проверить правильность вычисления частот?
11. Что такое относительная частота?
12. Как проверить правильность вычисления относительных частот?
13. Как вычисляется плотность частот (эмпирическая плотность вероятности)?
14. Метод для поиска HTML-элемента с заданным идентификатором с помощью библиотеки `jQuery`?
15. Что такое анонимная функция?
16. Можно ли пользоваться библиотекой `Highcharts` без подключения библиотеки `jQuery`?
17. Какие типы графиков библиотеки `Highcharts` вы использовали при выполнении заданий настоящей лабораторной работы?
18. Как создаётся объект при использовании фигурных скобок?
19. Как создаётся массив при использовании квадратных скобок?
20. Можно ли в качестве значения свойства объекта задать массив?
21. Можно ли в качестве значений свойств объекта задать массивы разных размеров?
22. Можно ли в качестве значений свойств объекта задать массивы разных мерностей?

**Рекомендуемая литература:**

Тараскин А.Ф. Статистическое моделирование и метод Монте-Карло: учебное пособие. Самар.гос.аэрокосм.ун-т. Самара, 1997. 62 с. (свободный доступ: <http://bib.convdocs.org/>)